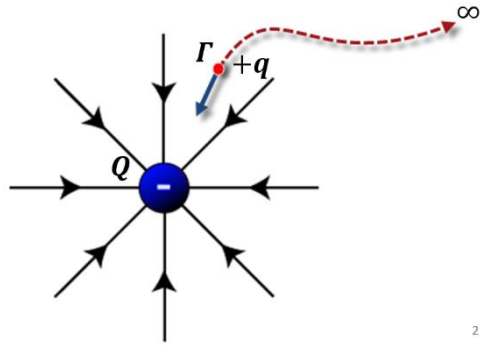


Φ4.1 (1.4) Ηλεκτρικό πεδίο και δυναμική ενέργεια - Δυναμικό

Έστω ακλόνητο **αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο** Q που δημιουργεί **ηλεκτρικό πεδίο**. Στη θέση Γ του πεδίου βρίσκεται **θετικό δοκιμαστικό φορτίο** q .

Επειδή οι **ηλεκτροστατικές δυνάμεις** είναι **συντηρητικές** (που σημαίνει ότι το έργο είναι ανεξάρτητο από την διαδρομή που ακολουθείται και εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση), κατ' αναλογία με το **βαρυτικό πεδίο**, η **δυναμική ενέργεια** του συστήματος των δύο φορτίων δίνεται από τη σχέση:

$$U_{\Gamma} = W_{\Gamma \rightarrow \infty}$$



Ως **άπειρη απόσταση** θεωρούμε την απόσταση, στην οποία η δύναμη που δέχεται το δοκιμαστικό φορτίο, **δεν είναι πρακτικά ανιχνεύσιμη**, που για συνήθη φορτία μπορεί να είναι **λίγα εκατοστά**.

Με τη χρήση ανώτερων μαθηματικών αποδεικνύεται ότι το **έργο** είναι:

$$W_{\Gamma \rightarrow \infty} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

επομένως:

$$U_{\Gamma} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

Επειδή το φορτίο πηγή Q είναι ακλόνητο, θεωρούμε καταχρηστικά ότι η **δυναμική ενέργεια του συστήματος ανήκει στο φορτίο** q . Δηλαδή θα λέμε ότι «η **ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του φορτίου** q στη θέση Γ του πεδίου είναι η U_{Γ} ».

Το πηλίκο της δυναμικής ενέργειας του φορτίου q προς το φορτίο αυτό είναι μία φυσική ποσότητα που **έχει σταθερή τιμή ανεξάρτητη του φορτίου** q στη συγκεκριμένη θέση Γ του πεδίου. Τη φυσική αυτή ποσότητα ονομάζουμε **δυναμικό του πεδίου στη θέση Γ και συμβολίζεται V_{Γ}** .

Δυναμικό σε μία θέση Γ **ηλεκτρικού πεδίου**, ονομάζεται το **μονόμετρο** φυσικό μέγεθος, που είναι ίσο με το πηλίκο της **δυναμικής ενέργειας φορτίου** q στη θέση Γ προς το φορτίο αυτό.

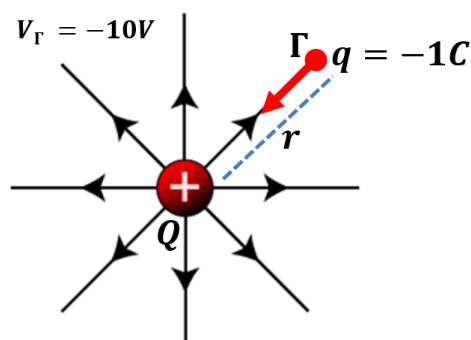
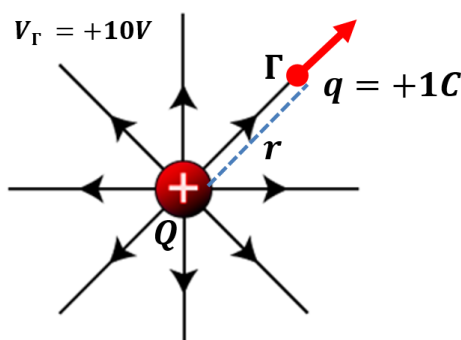
$$V_{\Gamma} = \frac{U_{\Gamma}}{q} \quad \text{ή} \quad V_{\Gamma} = \frac{W_{\Gamma \rightarrow \infty}}{q}$$

Μονάδα μέτρησης του δυναμικού στο S.I. είναι το: **1 V**

$$1V = \frac{1J}{1C} \quad 1Volt = \frac{1Joule}{1Coulomb}$$

Τι σημαίνει λοιπόν ότι το δυναμικό σε μία θέση Γ του πεδίου είναι $V_{\Gamma} = +10V$; Σημαίνει ότι:

Αν βρεθεί στη θέση Γ δοκιμαστικό φορτίο $+1C$, θα έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια $+10J$ ($U_{\Gamma} = V_{\Gamma} q$)	Ισοδύναμα, αν βρεθεί στη θέση Γ δοκιμαστικό φορτίο $-1C$, θα έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια $-10J$
--	--



Στη θέση Γ το δυναμικό δοκιμαστικού φορτίου q ορίζεται ως:

$$V_{\Gamma} = \frac{U_{\Gamma}}{q}$$

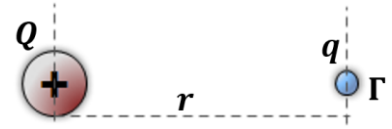
Αντικαθιστώντας τη δυναμική ενέργεια φορτίου q στη θέση Γ με τη σχέση:

$$U_{\Gamma} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

Θα έχουμε:

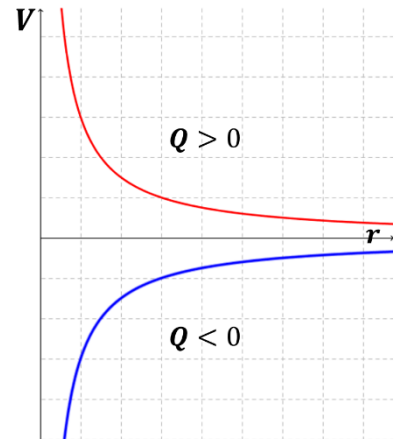
$$V_{\Gamma} = k \cdot \frac{Q}{r}$$

όπου Q το φορτίο που δημιουργεί το πεδίο και r η απόσταση μεταξύ του σημείου Γ και του φορτίου Q



Στην εικόνα δεξιά φαίνεται η γραφική παράσταση του δυναμικού V ως συνάρτηση της απόστασης r από θετικό και από αρνητικό φορτίο πηγή Q .

$$V_{\Gamma} = k \cdot \frac{Q}{r} \quad \text{ή} \quad V_{\Gamma} = \frac{\text{σταθ.}}{r}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Φ4.1: (1) Να βρεθεί το δυναμικό σε απόσταση (α) 30cm (β) 60cm από ένα φορτίο πηγή $Q = -4\mu\text{C}$. (2) Πόση δυναμική ενέργεια έχει φορτίο $q' = 2\mu\text{C}$ αν βρεθεί σε απόσταση 30cm ; Δίνεται ότι: $1\mu\text{C} = 10^{-6}\text{C}$ και $k = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

1. Το δυναμικό δίνεται από τη σχέση:

(α) Στην απόσταση των **30cm** το δυναμικό είναι:

$$V_1 = k \cdot \frac{Q}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-1}} \Rightarrow V_1 = -12 \cdot 10^4 \text{V}$$

(β) Στην απόσταση των **60cm** το δυναμικό είναι:

$$V_2 = k \cdot \frac{Q}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-1}} \Rightarrow V_2 = -6 \cdot 10^4 \text{V}$$

2. Η δυναμική ενέργεια του φορτίου $q' = 2\mu\text{C}$ υπολογίζεται από την σχέση:

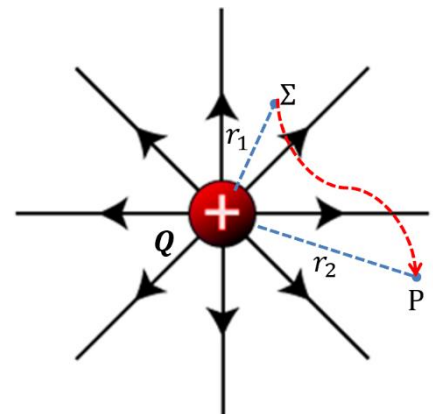
$$U = V \cdot q' \Rightarrow U = -12 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = -0,24 \text{J}$$

Αυτό σημαίνει ότι κατά τη μετακίνηση φορτίου $2\mu\text{C}$ στο άπειρο, η δύναμη του πεδίου καταναλώνει έργο ίσο με $0,24\text{J}$.

Φ4.2 (1.4) Διαφορά δυναμικού

Έστω **φορτίο πηγή** Q και **δοκιμαστικό φορτίο** q , το οποίο μετακινείται από μία θέση Σ σε μία άλλη θέση P του πεδίου. Το φορτίο Q στις θέσεις Σ και P έχει **δυναμική ενέργεια** U_{Σ} και U_P αντίστοιχα.

Τα **δυναμικά** στις θέσεις Σ και P είναι V_{Σ} και V_P αντίστοιχα.



Η διαφορά $V_{\Sigma} - V_P$ ονομάζεται **διαφορά δυναμικού** μεταξύ των Σ και P , συμβολίζεται $V_{\Sigma P}$ και είναι:

$$V_{SP} = V_S - V_P \Rightarrow V_{SP} = \frac{U_S}{q} - \frac{U_P}{q} \Rightarrow V_{SP} = \frac{U_S - U_P}{q}$$

για το ηλεκτροστατικό πεδίο ισχύει:

$$W_{S \rightarrow P} = -\Delta U_{SP} = U_S - U_P \Rightarrow V_{SP} = \frac{W_{S \rightarrow P}}{q}$$

Η **διαφορά δυναμικού** μεταξύ δύο σημείων Σ και Ρ, ηλεκτρικού πεδίου ισούται με το **πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου** κατά τη μεταφορά δοκιμαστικού φορτίου q από τη θέση Σ στη θέση Ρ, προς το φορτίο αυτό.

Η διαφορά δυναμικού επομένως μας δίνει: το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου ανά μονάδα φορτίου για τη μετακίνησή του από τη θέση Σ στη θέση Ρ.

Έστω ότι για τα Σ και Ρ είναι $V_S = +14V$ και $V_P = +10V$

Η **διαφορά δυναμικού** μεταξύ των δύο σημείων είναι:

$$V_S - V_P = +14V - 10V = +4V$$

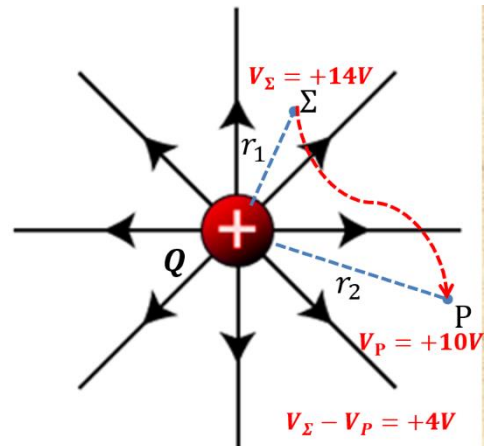
Αυτό σημαίνει ότι, κατά τη μετακίνηση θετικού δοκιμαστικού φορτίου ενός Coulomb από τη θέση Σ στη θέση Ρ, το **έργο της δύναμης του πεδίου** είναι $+4J$ και η **ηλεκτρική δυναμική ενέργεια** του δοκιμαστικού φορτίου ελαττώθηκε κατά $4J$.

Στην περίπτωση του **πεδίου Coulomb** η **διαφορά δυναμικού** μεταξύ δύο σημείων Σ και Ρ, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_{SP} = V_S - V_P = k \cdot \frac{Q}{r_1} - k \cdot \frac{Q}{r_2} \Rightarrow V_{SP} = k \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Το **έργο της δύναμης του πεδίου** κατά τη μετακίνηση ηλεκτρικού φορτίου q από το σημείο Σ στο Ρ είναι:

$$W_{S \rightarrow P} = q \cdot V_{SP}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Φ4.2: Δίνεται σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = +10^{-8}C$ και δύο σημεία Ρ και Σ τα οποία απέχουν αποστάσεις $r_1 = 0,4m$ και $r_2 = 0,8m$ αντίστοιχα από το φορτίο Q .

Να βρεθούν:

(α) Η **διαφορά δυναμικού** $V_{P\Sigma}$ μεταξύ των σημείων Ρ και Σ

(β) Το **έργο της δύναμης του πεδίου**, όταν φορτίο $q = +4\mu C$ μετακινηθεί από τη θέση Ρ στη θέση Σ.

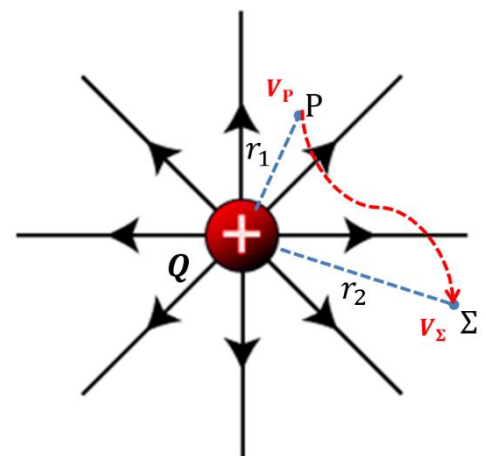
ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

(α) Η διαφορά δυναμικού $V_{P\Sigma}$ είναι:

$$\begin{aligned} V_{P\Sigma} &= V_P - V_\Sigma = k \cdot \frac{Q}{r_1} - k \cdot \frac{Q}{r_2} \Rightarrow \\ V_{P\Sigma} &= k \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow \\ V_{P\Sigma} &= 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{1}{0,4} - \frac{1}{0,8} \right) \Rightarrow V_{P\Sigma} = 112,5V \end{aligned}$$

(β) Το έργο της δύναμης είναι:

$$W_{P \rightarrow \Sigma} = q \cdot V_{P\Sigma} \Rightarrow W_{P \rightarrow \Sigma} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 112,5 = 450J$$



Φ4.3 (1.4) Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Το **δυναμικό** είναι **μονόμετρο μέγεθος** άρα για να υπολογιστεί αρκεί ο προσδιορισμός της αλγεβρικής του τιμής.

Εάν ζητείται το **δυναμικό** σε σημείο Α ηλεκτρικού πεδίου, υπολογίζεται από τη σχέση ορισμού $V_A = U_A/q$ ή αν πρόκειται για πεδίο **σημειακού ηλεκτρικού φορτίου** υπολογίζεται και από τη σχέση:

$$V_A = k \cdot \frac{Q}{r}$$

Η **αλγεβρική τιμή** του αποτελέσματος είναι η ζητούμενη. (Το φορτίο Q το αντικαθιστούμε με το πρόσημό του).

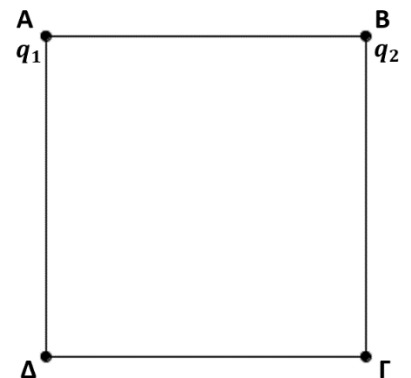
Για **δύο ή περισσότερα σημειακά φορτία-πηγές**, προσδιορίζουμε το δυναμικό που προκαλεί στο σημείο κάθε φορτίο πηγή και στη συνέχεια **προσθέτουμε αλγεβρικά** τα δυναμικά αυτά:

$$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

Φ4.A1 Δίδονται δύο φορτία στις κορυφές Α και Β ενός τετραγώνου ΑΒΓΔ, $q_1 = 2 \cdot 10^{-7} C$ και $q_2 = -10^{-7} C$, πλευράς $d = 3m$. Να βρεθεί:

(α) Η διαφορά δυναμικού $V_{\Gamma\Delta}$ μεταξύ των σημείων Γ και Δ.

(β) Αν φορτίο $q = -10^{-6} C$ μετακινηθεί από τη θέση Γ στη θέση Δ, πόσο είναι το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση αυτή;



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

(α) Η διαφορά δυναμικού $V_{\Gamma\Delta}$ μεταξύ των σημείων Γ και Δ:

$$V_{\Gamma\Delta} = V_{\Gamma} - V_{\Delta}$$

Είναι $V_{\Gamma} = V_1 + V_2 =$

$$= k \cdot \frac{q_1}{AG} + k \cdot \frac{q_2}{BG} = k \cdot \left(\frac{q_1}{d \cdot \sqrt{2}} + \frac{q_2}{d} \right) =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot \sqrt{2}} + \frac{-10^{-7}}{3} \right) \Rightarrow V_{\Gamma} \approx 125V$$

$$V_{\Delta} = V'_1 + V'_2 = k \cdot \frac{q_1}{d} + k \cdot \frac{q_2}{d \cdot \sqrt{2}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-7}}{3} + \frac{-10^{-7}}{3 \cdot \sqrt{2}} \right) \Rightarrow V_{\Delta} \approx 387V$$

$$V_{\Gamma\Delta} = V_{\Gamma} - V_{\Delta} = 125 - 387 \approx -262V$$

Φ4.A2 (21 σελ.53) Φορτίο-πηγή $+6\mu C$ δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Σε θέση που απέχει $0,3m$ από το φορτίο τοποθετείται δοκιμαστικό φορτίο $-6nC$. Πόση είναι η δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου; ($1nC = 10^{-9}C$)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Φ4.A3 (22 σελ.53) Να βρεθεί το δυναμικό σε απόσταση $0,9\text{ m}$ από φορτίο $+6\mu\text{C}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Φ4.A4 (23 σελ.53) Σε ποια απόσταση από φορτίο $+2\mu\text{C}$ το δυναμικό έχει τιμή $4 \cdot 10^4\text{V}$ olt;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Φ4.A5 (24 σελ.53) Δοκιμαστικό φορτίο $+2\mu\text{C}$ τοποθετείται σε σημείο (Σ) ηλεκτρικού πεδίου. Αν το δυναμικό στη θέση (Σ) είναι -10V να βρείτε:

(α) Τη δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου.

(β) Πόσο έργο πρέπει να προσφερθεί στο δοκιμαστικό φορτίο για να φθάσει στο άπειρο χωρίς ταχύτητα;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Φ4.Α6 (26 σελ.53) Ακίνητο σημειακό φορτίο $+2\mu C$, βρίσκεται σε σημείο «Σ».

(α) Να υπολογιστεί το δυναμικό σε απόσταση $r_1 = 2m$ και $r_2 = 4m$ από το (Σ).

(β) Αν σημειακό φορτίο $q = 1\mu C$ τοποθετηθεί σε απόσταση r_1 ποια η δυναμική του ενέργεια;

(γ) Αν το φορτίο $q = 2\mu C$ μετακινηθεί από τη θέση r_1 στη θέση r_2 , ποιό είναι το έργο της δύναμης του πεδίου; Το έργο αυτό εξαρτάται από τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το φορτίο q ;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: