

Φ8.1 (2.5) Συνδεσμολογία αντιστατών (αντιστάσεων) - Εισαγωγή

Πολλές φορές στα ηλεκτρονικά κυκλώματα πρέπει μεταξύ δύο σημείων Α και Β να παρεμβάλλουμε **αντίσταση συγκεκριμένης τιμής**, που δεν υπάρχει στο εμπόριο. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κάποιες από αυτές που υπάρχουν στο εμπόριο και να τις **συνδέσουμε κατάλληλα**.

Επίσης, πολλές φορές στα ηλεκτρονικά κυκλώματα πρέπει να **αντικαταστήσουμε πολλές αντιστάσεις με μία**, η οποία να προκαλεί το ίδιο αποτέλεσμα με τις άλλες.

Είναι λοιπόν αναγκαία η **μελέτη της συνδεσμολογίας των αντιστατών** (αντιστάσεων).

Οι αντιστάσεις μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους με διάφορους τρόπους. Έτσι δημιουργούνται τα λεγόμενα **συστήματα αντιστάσεων**.

- Η **ένταση** του ηλεκτρικού ρεύματος, που μπαίνει και βγαίνει από τα άκρα ενός τέτοιου συστήματος ονομάζεται **ολική ένταση** $I_{ολ}$.
- Η **τάση** που εφαρμόζεται στα άκρα του ονομάζεται **ολική τάση** $V_{ολ}$.
- Επίσης, ονομάζουμε **ισοδύναμη ή ολική αντίσταση** $R_{ολ}$ ενός τέτοιου συστήματος, την **αντίσταση**, στα άκρα της οποίας, αν εφαρμόσουμε **τάση** V , θα διαρρέεται από ρεύμα **έντασης** I . Δηλαδή:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}}$$

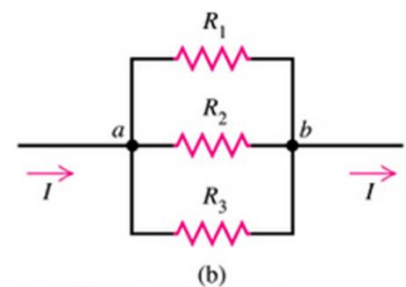
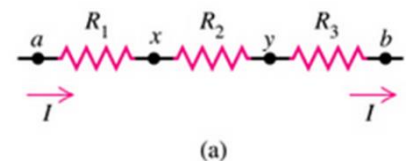
Αν αντικαταστήσουμε ένα **σύστημα αντιστάσεων** με την **ολική αντίστασή του**, προκύπτει συνδεσμολογία **ηλεκτρικά ισοδύναμη με την αρχική**. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τους δύο πιο απλούς, αλλά πιο βασικούς **τρόπους σύνδεσης αντιστάσεων**:

A) σε σειρά B) παράλληλα

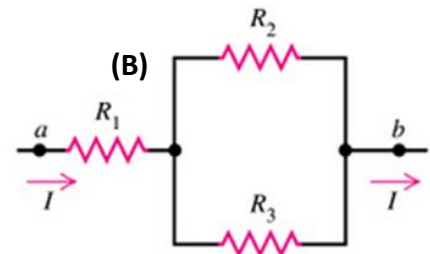
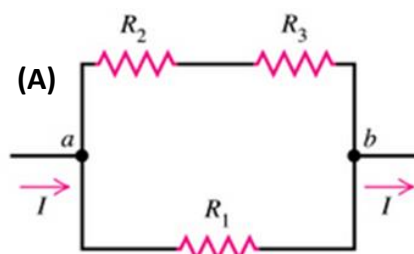
Με το **συνδυασμό** τους προκύπτουν «μικτοί» τρόποι σύνδεσης.

ΕΡΩΤΗΣΗ Φ8.Ε1: Πως είναι συνδεμένες οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 στο κύκλωμα (α) και πως στο κύκλωμα (β);

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:



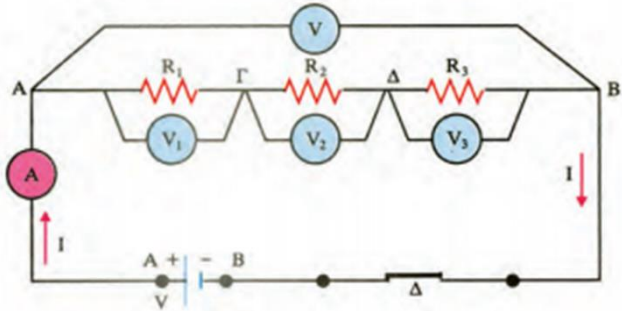
ΕΡΩΤΗΣΗ Φ8.Ε2: Πως είναι συνδεμένες οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 στο κύκλωμα (Α) και πως στο κύκλωμα (Β);



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Φ8.2 (2.5) Σύνδεση σε σειρά

- Στο κύκλωμα της εικόνας τα όργανα θεωρούνται **ιδανικά**.
- Οι αντιστάσεις είναι $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 30\Omega$.
- Με το **βολτόμετρο** V μετράμε την **τάση** στα άκρα του συστήματος $V_{ολ}$ και με το **αμπερόμετρο** την **ένταση** του ρεύματος $I_{ολ}$.
- Είναι: $V_{ολ} = 12V$ και $I_{ολ} = 0,2A$.



$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} = \frac{12}{0,2} = 60\Omega \Rightarrow R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$$

- Με τα **βολτόμετρα** V_1 , V_2 , V_3 μετράμε τις **τάσεις** στα άκρα των R_1 , R_2 , R_3 αντίστοιχα. Είναι: $V_1 = 2V$, $V_2 = 4V$, $V_3 = 6V$. Ισχύει:

$$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3$$

- Επίσης, όλες οι αντιστάσεις διαρρέονται από την **ίδια ένταση ρεύματος** I , που είναι ίση με την **ολική ένταση** $I_{ολ}$. Ισχύει:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_{ολ}$$

Η σύνδεση αντιστάσεων **σε σειρά** ισοδυναμεί με **αύξηση του μήκους ενός αγωγού**, άρα η **ολική αντίσταση** είναι μεγαλύτερη και από τη μεγαλύτερη αντίσταση του συστήματος.

Το πρακτικό αποτέλεσμα είναι ότι **με τη συνδεσμολογία αντιστάσεων σε σειρά** επιτυγχάνουμε **αντιστάσεις μεγαλύτερες από τις αντιστάσεις που διαθέτουμε**.

Φ8.3 (2.5) Σύνδεση σε σειρά – Θεωρητική απόδειξη

Στο κύκλωμα δεξιά είναι:

$$\begin{aligned} R_1: V_1 &= V_A - V_\Gamma \\ R_2: V_2 &= V_\Gamma - V_\Delta \\ R_3: V_3 &= V_\Delta - V_B \end{aligned}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη:

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_A - V_B$$

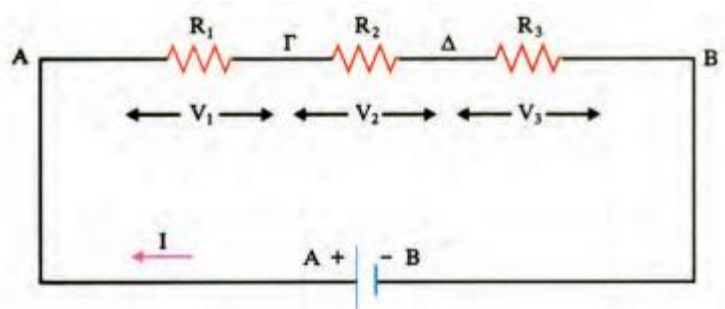
Αφού $V_A - V_B = V_{ολ}$ θα είναι:

$$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3 \quad (2^{ος} \text{ Κανόνας Kirchhoff})$$

Από τον **νόμο του Ohm** θα είναι: $V_{ολ} = I \cdot R_{ολ}$, $V_1 = I \cdot R_1$, $V_2 = I \cdot R_2$, $V_3 = I \cdot R_3$

$$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow I \cdot R_{ολ} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 \Rightarrow$$

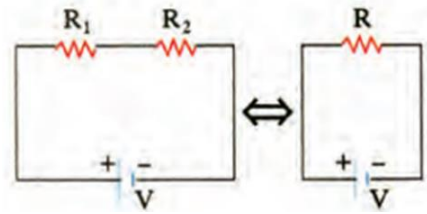
$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Φ8.Π1: Δύο αντιστάσεις $R_1 = 4\Omega$ και

$R_2 = 6\Omega$ συνδέονται σε σειρά και στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση $V = 100\text{ V}$. Να βρεθούν:

- α) Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{o\lambda}$
 β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση I_1, I_2 .
 γ) Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης V_1, V_2 .



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας είναι: $R_{o\lambda} = R_1 + R_2 = 4 + 6 = 10\Omega$

β) Από τον νόμο του Ohm:

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} = \frac{100}{10} = 10\text{ A} \quad \text{και} \quad I = I_1 = I_2$$

γ) $V_1 = I_1 \cdot R_1 = 10 \cdot 4 = 40\text{ V}$

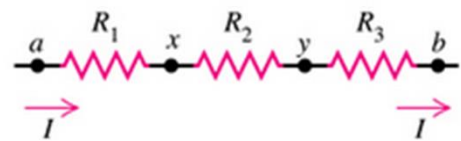
$V_2 = I_2 \cdot R_2 = 10 \cdot 6 = 60\text{ V}$

ΑΣΚΗΣΗ Φ8.Α1: Τρεις αντιστάσεις $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 6\Omega$ και

$R_3 = 10\Omega$ συνδέονται σε σειρά και στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση $V = 100\text{ V}$.

Να βρεθούν:

- α) Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{o\lambda}$
 β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση I_1, I_2, I_3 .
 γ) Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης V_1, V_2, V_3 .
 δ) Να επαληθευτεί ο 2^{ος} κανόνας του Kirchhoff.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

ΑΣΚΗΣΗ Φ8.Α2: Διαθέτουμε 5 αντιστάτες με αντίσταση $R = 10\Omega$ ο καθένας. Πως θα δημιουργήσουμε μια ισοδύναμη αντίσταση 50Ω ; Να σχεδιάσετε την συνδεσμολογία που θα προκύψει. Αν εφαρμόσουμε στα άκρα της συνδεσμολογίας τάση $V = 100\text{ V}$ πόση θα είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και κάθε μια από τις αντιστάσεις; Πόση θα είναι η τάση στα άκρα καθενός από τους αντιστάτες;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Φ8.4 (2.5) Σύνδεση παράλληλα

- Στο κύκλωμα της εικόνας τα όργανα θεωρούνται **ιδανικά**. Οι αντιστάσεις είναι $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 30\Omega$.
- Με το **βολτόμετρο** V μετράμε την **τάση** στα άκρα του συστήματος $V_{ολ}$ και με το **αμπερόμετρο** την **ένταση** του ρεύματος $I_{ολ}$. Είναι: $V_{ολ} = 6V$ και $I_{ολ} = 1,1A$.
- Είναι:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} = \frac{6}{1,1} = 5,45\Omega$$

- Επομένως:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

- Με τα αμπερόμετρα A_1 , A_2 , A_3 μετράμε τις **εντάσεις** που διαρρέουν τις R_1 , R_2 , R_3 αντίστοιχα. Είναι: $I_1 = 0,6A$, $I_2 = 0,3A$, $I_3 = 0,2A$. Παρατηρούμε ότι:

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3 \quad (1^{ος} \text{ Κανόνας Kirchhoff})$$

- Όλες οι αντιστάσεις έχουν την **ίδια τάση** V , που είναι ίση με την **ολική τάση** $V_{ολ}$

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_{ολ}$$

Η σύνδεση αντιστάσεων **παράλληλα** ισοδυναμεί με **αύξηση της διατομής ενός αγωγού**, άρα η ολική αντίσταση είναι μικρότερη και από τη μικρότερη αντίσταση του συστήματος.

Το πρακτικό αποτέλεσμα είναι ότι με τη συνδεσμολογία αντιστάσεων **παράλληλα** επιτυγχάνουμε **αντιστάσεις μικρότερες** από τις αντιστάσεις που διαθέτουμε.

Φ8.5 (2.5) Σύνδεση παράλληλα – Θεωρητική απόδειξη

Στο κύκλωμα δεξιά στον κόμβο Α λόγω του **1^{ου} κανόνα του Kirchhoff** θα είναι:

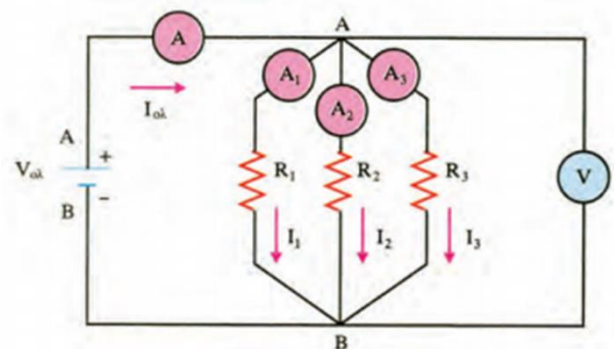
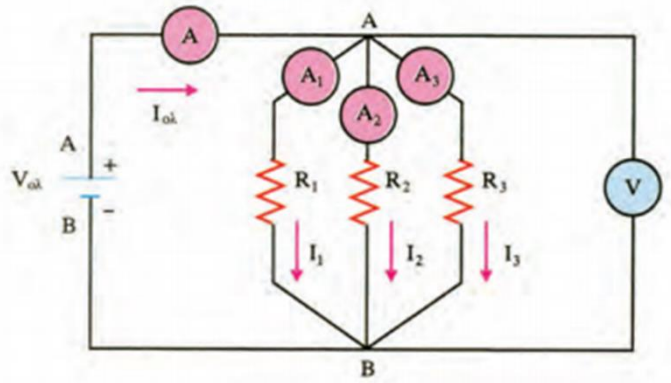
$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3$$

Από τον **νόμο του Ohm** θα είναι:

$$I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}}, \quad I_1 = \frac{V}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V}{R_2}, \quad I_3 = \frac{V}{R_3}$$

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow$$

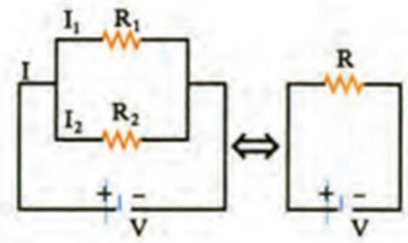
$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Φ8.Π2: Δύο αντιστάσεις $R_1 = 10\Omega$ και $R_2 = 15\Omega$

συνδέονται παράλληλα και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση $V = 90V$. Να βρεθούν:

- Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$.
- Οι τάσεις στα άκρα των αντιστάσεων R_1 και R_2 .
- Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση I_1, I_2 και την πηγή τροφοδοσίας $I_{ολ}$.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας είναι:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R_{ολ} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = \frac{150}{25} = 6\Omega$$

β) Η τάση κάθε αντίστασης είναι ίση με:

$$V_1 = V_2 = V_{ολ} = 90V$$

γ) Από τον νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{90}{10} = 9A \quad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{90}{15} = 6A$$

$$\text{Από τον 1}^\circ \text{ νόμο του Kirchhoff: } I_{ολ} = I_1 + I_2 = 9 + 6 = 15A$$

ΑΣΚΗΣΗ Φ8.Α3: Τρεις αντιστάσεις $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 10\Omega$ και $R_3 = 10\Omega$ συνδέονται παράλληλα και στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση $V = 40V$.

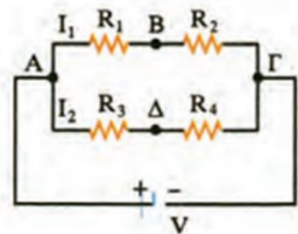
Να βρεθούν:

- Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$
- Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση I_1, I_2, I_3 .
- Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης V_1, V_2, V_3 .
- Να επαληθευτεί ο 1^{ος} κανόνας του Kirchhoff.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Φ8.Π3: Δίνεται η συνδεσμολογία των αντιστάσεων του διπλανού σχήματος και ότι $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 5\Omega$ και $V = 30V$. Να βρεθούν:

- η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις R_1 , R_2 και τις R_3 , R_4 .
- η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Β και Δ.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α) Είναι: $R_{12} = R_1 + R_2 = 2 + 3 = 5\Omega$ (σύνδεση σε σειρά)

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 10 + 5 = 15\Omega \text{ (σύνδεση σε σειρά)}$$

$$I_1 = \frac{V}{R_{12}} = \frac{30}{5} = 6A \quad I_2 = \frac{V}{R_{34}} = \frac{30}{15} = 2A$$

β) Στα άκρα της R_1 : $V_A - V_B = I_1 \cdot R_1 = 6 \cdot 2 = 12V$

$$\text{Στα άκρα της } R_3: V_A - V_\Delta = I_2 \cdot R_3 = 2 \cdot 10 = 20V$$

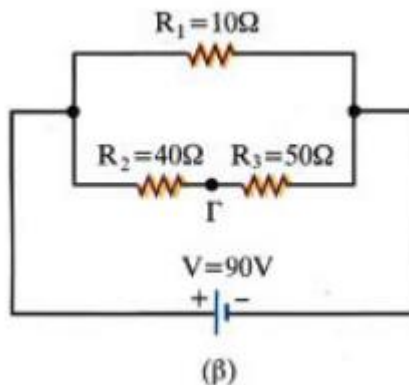
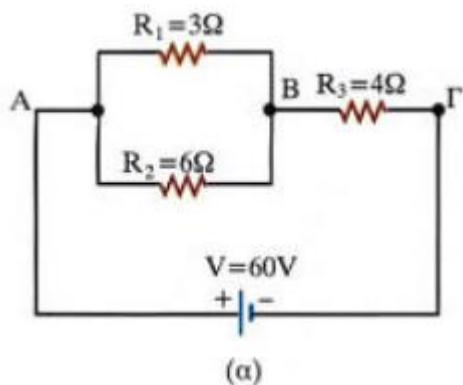
$$V_A - V_B - (V_A - V_\Delta) = 12V - 20V \Rightarrow$$

$$V_A - V_B - V_A + V_\Delta = -8V \Rightarrow$$

$$V_B - V_\Delta = 8V$$

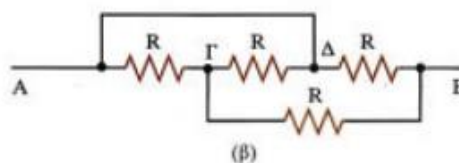
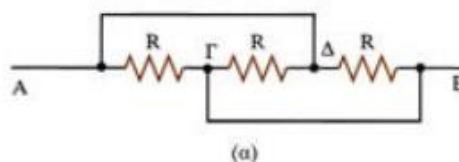
ΑΣΚΗΣΗ Φ8.Α4: Στα παρακάτω κυκλώματα να βρείτε:

- α) την ολική αντίσταση του συστήματος,
- β) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης,
- γ) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε αντίσταση.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

ΑΣΚΗΣΗ Φ8.Α5: Να βρείτε την ολική αντίσταση μεταξύ των A και B στις παρακάτω συνδεσμολογίες, αν $R = 30\Omega$.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

ΑΣΚΗΣΗ Φ8.Α6: Διαθέτουμε 2 αντιστάτες των 5Ω και έναν αντιστάτη των 10Ω . Να σχεδιάσετε την συνδεσμολογία που θα δώσει ολική αντίσταση $12,5\Omega$ και να το αποδείξετε. Πόση είναι η ολική ένταση που θα διαρρέει το κύκλωμα αν συνδέσουμε τάση $25V$ στα άκρα της συνδεσμολογίας; Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει καθένα από τους αντιστάτες;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

ΑΣΚΗΣΗ Φ8.Α7: Διαθέτουμε 3 αντιστάτες των 5Ω , 10Ω και 15Ω . Να σχεδιάσετε την συνδεσμολογία που θα δώσει ολική αντίσταση 11Ω και να το αποδείξετε. Πόση είναι η ολική ένταση που θα διαρρέει το κύκλωμα αν συνδέσουμε τάση $33V$ στα άκρα της συνδεσμολογίας; Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει καθένα από τους αντιστάτες;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: